

УДК 532.517.7

ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ ВЛИЯНИИ ПРОДОЛЬНОГО ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ, ВДУВА (ОТСОСА) И ПОПЕРЕЧНОЙ КРИВИЗНЫ ПОВЕРХНОСТИ

© 2002 г. А. В. Гарбарук, Ю. В. Лапин, М. Х. Стрелец

Санкт-Петербургский государственный технический университет

Поступила в редакцию 20.09.2001 г.

Прием, успешно использованный при построении алгебраической модели турбулентности для течений с положительным градиентом давления [1], применен для построения более общей модели турбулентности, включающей учет как прямого, так и перекрестного влияния одновременно действующих факторов: продольного перепада давления, вдува (отсоса) газа через пористую поверхность, поперечной кривизны поверхности. В отличие от модели, предложенной в работе [2], базирующейся на использовании уравнения Брэдшоу–Ферриса–Атвелла для турбулентных напряжений при определении скоростного масштаба во внешней области, предлагаемая модель целиком построена на основе уравнения для первых моментов, записанного в переменных закона стенки. Последнее обстоятельство позволило ограничиться использованием лишь двух эмпирических постоянных, как в [1], и исключить этап “настройки” модели, как в [2], связанный с подбором дополнительных трех эмпирических постоянных, характеризующих диффузию касательного напряжения под действием трех внешних факторов: перепада давления, вдува (отсоса) и поперечной кривизны. При этом, как свидетельствуют результаты тестирования, предлагаемая модель оказалась вполне конкурентоспособной как с моделью [2], так и с наиболее представительными дифференциальными моделями турбулентности.

Постановка задачи и общая формулировка модели. Уравнения двухмерного (плоского и осесимметричного) стационарного пограничного слоя имеют вид

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{dp}{dx} + \frac{1}{r^\alpha} \frac{\partial}{\partial y} (r^\alpha \tau), \quad (1)$$

$$\frac{\partial(r^\alpha u)}{\partial x} + \frac{\partial(r^\alpha v)}{\partial y} = 0. \quad (2)$$

Здесь u , v и x , y – проекции скорости и оси координат, направленные вдоль обтекаемой поверхности и по нормали к ней соответственно; p – давление; τ – касательное напряжение; $r = r_w + Ky$ – локальный радиус поперечной кривизны ($K = +1$ для выпуклой и -1 – для вогнутой поверхности); r_w – радиус поперечной кривизны поверхности, $\alpha = 0$ – плоское течение, $\alpha = 1$ – осесимметричное течение.

Граничные условия к системе уравнений (1), (2) записываются как:

$$u = 0, v = V_w \text{ при } y = 0; u \rightarrow U_e \text{ при } y \rightarrow \infty, \quad (3)$$

где V_w – скорость вдува ($V_w > 0$) или отсоса ($V_w < 0$), а U_e – скорость на внешней границе пограничного слоя.

Сохраняя традиционные для двухслойной клаузеровской схемы пограничного слоя линейные масштабы (y , δ^* для внутренней i и внешней o областей соответственно) и не касаясь пока пробле-

мы определения скоростных масштабов V_{si} и V_{so} для тех же областей, запишем модель турбулентной вязкости в следующем виде:

$$\nu_T = \kappa \min\{yV_{si}D, \delta^*V_{so}\gamma\}. \quad (4)$$

Демпфирующий множитель D и параметр перемежаемости γ примем такими, как в работе [1]

$$D = [1 - \exp(-yV_{si}/\nu A)]^3, \quad (5)$$

$$\gamma = [1 + 5.5(y/\delta)^6]^{-1}, \quad \kappa = 0.436, \quad A = 13.$$

Здесь ν – кинематическая вязкость; δ – толщина пограничного слоя; κ – константа Кармана.

Для осесимметричных течений линейный масштаб внешней области, в качестве которого принимается толщина вытеснения пограничного слоя δ^* , определяется соотношением [3]

$$\delta^* = \sqrt{r_w^2 + 2 \int_0^\delta (1 - u/U_e)(r_w + y) dy} - r_w. \quad (6)$$

Для плоского течения ($r_w \rightarrow \infty$) выражение (6) принимает традиционный вид

$$\delta^* = \int_0^\delta (1 - u/U_e) dy. \quad (7)$$

Для течений, в которых касательное напряжение τ изменяется монотонно от наибольшего значения на стенке τ_w до нуля на внешней границе, т.е. удовлетворяющих условию $(\partial(\tau)/\partial y)_{y=0} \leq 0$, как свидетельствует имеющийся опыт расчетов [1, 2, 4], в качестве скоростных масштабов V_{si} и V_{so} можно использовать один и тот же масштаб, т.е. динамическую скорость ($V_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$): $V_{si} = V_{so} = V_*$.

В течениях с немонотонным, имеющим максимум τ внутри слоя, характером изменения касательного напряжения, т.е. удовлетворяющих условию $(\partial(\tau)/\partial y)_{y=0} > 0$, за масштаб V_{si} можно принять величину $V_{si} = \sqrt{\tau/\rho}$. Что касается V_{so} , то в плоском случае будем определять его по максимальной величине τ_m : $V_{so} = \sqrt{\tau_m/\rho}$. Положение точки максимума τ и значение τ_m могут быть получены непосредственно из уравнения движения с учетом того, что $(\partial(\tau)/\partial y)_{y=y_m} = 0$ [1, 2]. Способ определения V_{so} в осесимметричном случае будет подробно обсуждаться ниже.

Скоростной масштаб во внутренней области V_{si} . Для определения скоростного масштаба во внутренней области воспользуемся уравнениями (1), (2), записанными в переменных закона стенки [5]

$$\xi = x, \eta = yV_*/\nu, \varphi = \varphi(\eta), \psi = u/V_* \quad (8)$$

Исключая поперечную скорость v из уравнения (1) с помощью уравнения неразрывности (2), получим

$$\frac{1}{r^+} \frac{\partial(r^+ \bar{\tau})}{\partial \eta} = \frac{\nu}{V_*^2} \frac{dV_*}{dx} \varphi^2 \left(1 + \frac{K}{r^+ \varphi^2} \frac{d\varphi}{d\eta} \int_0^\eta \varphi \eta d\eta \right) + \frac{\nu}{V_* \tau_w} \frac{dp}{dx} + B_* \frac{r_w}{r} \frac{d\varphi}{d\eta} + \frac{1}{r^+} \frac{dr_w}{dx} \frac{d\varphi}{d\eta} \int_0^\eta \varphi d\eta \quad (9)$$

В (9) $\bar{\tau} = \tau/\tau_w$, $B_* = V_w/V_*$ – параметр вдува (отсоса); $r^+ = rV_*/\nu$.

Предполагая, что конвективными членами (первое слагаемое в правой части (9)) во внутренней области можно пренебречь, а также ограничивая рассмотрение частным случаем $r_w = \text{const}$, получим

$$\frac{1}{r^+} \frac{\partial(r^+ \bar{\tau})}{\partial \eta} = \frac{\nu}{V_* \tau_w} \frac{dp}{dx} + B_* \frac{r_w}{r} \frac{d\varphi}{d\eta} \quad (10)$$

Из интегрирования этого уравнения от 0 до η , следует выражение для распределения касательного напряжения во внутренней области пограничного слоя

$$\bar{\tau} = \frac{r_w}{r} \left[1 + B_* \varphi + \frac{dp}{dx} \frac{y}{\tau_w} \left(1 + \frac{K}{2} \frac{y}{r_w} \right) \right] \quad (11)$$

С учетом ранее постулированной связи между τ и V_{si} ($V_{si} = \sqrt{\tau/\rho}$) и соотношения для касательного напряжения (11) выражение для скоростного масштаба во внутренней области принимает следующий вид:

$$V_{si} = V_* \sqrt{\frac{1}{1 + Ky/r_w} \left[1 + B_* \varphi + \frac{dp}{dx} \frac{y}{\tau_w} \left(1 + \frac{K}{2} \frac{y}{r_w} \right) \right]} \quad (12)$$

Скоростной масштаб во внешней области V_{so} . При определении скоростного масштаба V_{so} для плоского течения предположим, что граница внутренней и внешней областей (y_m) совпадает с точкой максимума касательного напряжения (τ_m), т.е. с точкой, в которой выполняется условие $(\partial(\tau)/\partial y)_{y=y_m} = 0$. Таким образом, граница областей рассматривается как линия, на которой достигается баланс (локальное равновесие) силовых воздействий всех факторов, действующих на течение, включая конвекцию, вдув (отсос), градиент давления.

В осесимметричном течении, в отличие от плоского, в связи с появлением дополнительного линейного масштаба (r_w) уравнение движения выражает баланс моментов всех сил, действующих на течение. Поэтому в качестве границы внутренней и внешней областей (y_m) естественно принять точку, в которой достигается максимум момента касательного напряжения ($\tau_m r_m$), т.е. точку, в которой выполняется условие $(\partial(r\tau)/\partial y)_{y=y_m} = 0$. Скоростной масштаб в этом случае будет определяться по значению τ_m , имеющему место в точке максимума момента касательного напряжения, а не в точке, соответствующей максимальному значению $\tau = \tau_{\text{max}}$.

В обоих случаях для определения как максимального касательного напряжения τ_m в плоском течении, так и τ_m в точке максимума момента касательного напряжения в осесимметричном течении можно воспользоваться интегралом уравнения движения (9). Это уравнение, записанное в переменных закона стенки, справедливо во всей внутренней области, в том числе и на ее границе с внешней областью, определенной так, как описано выше. Однако прежде чем интегрировать это уравнение, проведем его некоторые упрощения. В частности, можно показать, что влияние поперечной кривизны на конвекцию, выражаемое вторым слагаемым в первом члене правой части уравнения (9), оказывается незначительным в области логарифмического профиля скорости независимо от величины параметра δ/r_w . Кроме того, как и ранее, ограничимся рассмотрением случая: $r_w = \text{const}$, $dr_w/dx = 0$.

С учетом сделанных оценок и ограничений уравнение (9) может быть записано в следующем виде:

$$\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \eta} = \frac{v}{V_*^2} \frac{dV_*}{dx} \varphi^2 + \frac{v}{V_* \tau_w} \frac{dp}{dx} + B_* \frac{r_w}{r} \frac{d\varphi}{d\eta} - K \frac{\bar{\tau}}{r^+}. \quad (13)$$

Интегрируя это уравнение от стенки до границы внутренней и внешней областей ($0 \leq \eta \leq \eta_m$), получим

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_m = 1 + \frac{v}{V_*^2} \frac{dV_*}{dx} \int_0^{\eta_m} \varphi^2 d\eta + \frac{dp}{dx} \frac{v \eta_m}{V_* \tau_w} + \\ + B_* \int_0^{\eta_m} \frac{r_w}{r} \frac{d\varphi}{d\eta} d\eta - K \int_0^{\eta_m} \frac{\bar{\tau}}{r^+} d\eta. \end{aligned} \quad (14)$$

Из уравнения (13) и граничных условий на стенке (3) непосредственно следует условие существования максимума касательного напряжения внутри пограничного слоя

$$\left(\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} = \frac{v}{V_* \tau_w} \frac{dp}{dx} + B_* \left(\frac{d\varphi}{d\eta} \right)_{\eta=0} - \frac{K}{r^+} > 0. \quad (15)$$

Для плоского течения ($r_w \rightarrow \infty$) это условие упрощается в связи с обращением в нуль последнего члена в правой части равенства (15). При выполнении условия (15), т.е. при определенном соотношении “внешних” факторов (продольный перепад давления, вдув (отсос), поперечная кривизна), на границе внутренней и внешней областей устанавливается локальное равновесие (баланс) моментов всех сил, действующих на течение. Условие, выражающее этот баланс, прямо вытекает из уравнения (9) с учетом обращения в нуль производной от момента касательного напряжения: $(\partial(r\tau)/\partial\eta)_{\eta=\eta_m} = 0$. При принятых ранее допущениях о возможности неучета влияния поперечной кривизны на конвекцию и $r_w = \text{const}$, условие локального равновесия принимает вид

$$-\frac{v}{V_*^2} \frac{dV_*}{dx} = \frac{1}{\varphi_m^2} \left[\frac{v}{V_* \tau_w} \frac{dp}{dx} + B_* \frac{r_w}{r_m} \left(\frac{d\varphi}{d\eta} \right)_m \right]. \quad (16)$$

Аналог этого условия для плоского течения трудно получить, заметив, что множитель r_w/r_m во втором члене правой части (16) обращается в единицу при $r_w \rightarrow \infty$. Исключая параметр $\frac{v}{V_*^2} \frac{dV_*}{dx}$ из выражения (14) с помощью условия (16), получим

$$\bar{\tau}_m = 1 + \frac{dp}{dx} \frac{v \eta_m}{V_* \tau_w} -$$

$$\begin{aligned} - \frac{1}{\varphi_m^2} \left[\frac{v}{V_* \tau_w} \frac{dp}{dx} + B_* \frac{r_w}{r_m} \left(\frac{d\varphi}{d\eta} \right)_m \right] \int_0^{\eta_m} \varphi^2 d\eta + \\ + B_* \int_0^{\eta_m} \frac{r_w}{r} \frac{d\varphi}{d\eta} d\eta - K \int_0^{\eta_m} \frac{\bar{\tau}}{r^+} d\eta. \end{aligned} \quad (17)$$

При обращении интегралов, входящих в правую часть соотношения (17), воспользуемся их представлением в виде убывающих асимптотических разложений, получаемых неоднократным интегрированием по частям. Ограничиваясь двухчленными представлениями, обеспечивающими необходимую точность в вычислении интегралов, будем иметь

$$\int_0^{\eta_m} \varphi^2 d\eta = \varphi_m^2 \eta_m (1 - 2\Phi_m), \quad \Phi_m = \left(\frac{d\varphi}{d\eta} \right)_m \frac{\eta_m}{\varphi_m}, \quad (18)$$

$$\int_0^{\eta_m} \frac{r_w}{r} \frac{d\varphi}{d\eta} d\eta = \varphi_m \Phi_m \frac{r_w}{r_m} \left[1 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{y_m}{r_m} \right) \right], \quad (19)$$

$$\int_0^{\eta_m} \frac{\bar{\tau}}{r^+} d\eta = \frac{\bar{\tau}_m}{r_m^+} \eta_m \left[1 + \frac{1}{2} \frac{y_m}{r_m} \right]. \quad (20)$$

Используя для детализации $\bar{\tau}_m$ в правой части (20) распределение $\bar{\tau}$ во внутренней области (11), получим

$$\begin{aligned} \int_0^{\eta_m} \frac{\bar{\tau}}{r^+} d\eta = \frac{y_m r_w}{r_m^2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{y_m}{r_m} \right) \times \\ \times \left[1 + B_* \varphi_m + \frac{dp}{dx} \frac{y_m}{\tau_w} \left(1 + \frac{K y_m}{2 r_w} \right) \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

Соотношения для параметра $\bar{\tau}_m$ (17) и представления интегралов (18), (19), входящих в это соотношение, содержат параметр $d\varphi/d\eta = f(\eta)$, характеризующий форму закона стенки в том или ином течении. Имеющиеся опытные данные по профилям скорости в пограничных слоях свидетельствуют о том, что обобщенный закон стенки [2, 6–9] может быть записан в виде

$$\frac{d\varphi}{d\eta} = \frac{1}{\kappa \eta} \sqrt{\frac{r_w}{r} (1 + B_* \varphi_m)}. \quad (22)$$

Возвращаясь к соотношению (17), подставим в него равенства (18), (19) и (21). Тогда после необходимых упрощений, принимая во внимание тот факт, что $V_{so} = \sqrt{\tau_m/\rho}$, получим выражение для скоростного масштаба во внешней области

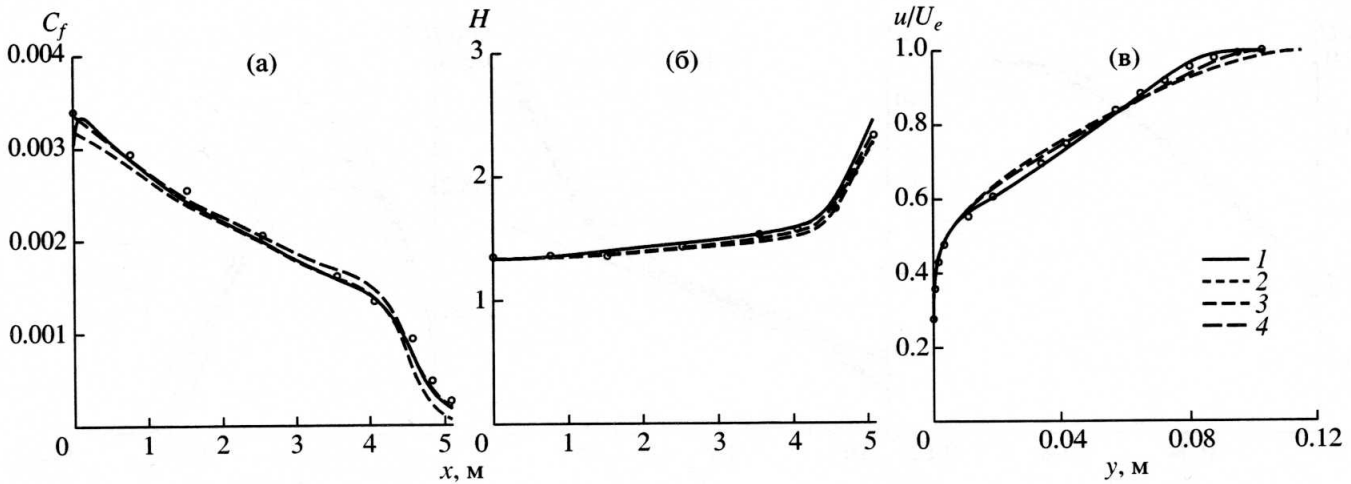


Рис. 1. Продольные распределения основных параметров пограничного слоя и профиль скорости для опыта 4800 [10]: а – коэффициент трения C_f , б – формпараметр H , в – профиль скорости при $x = 3.556$ м. 1 – расчет по предлагаемой модели (соотношения (4)–(7), (12), (23), (24)); 2 – по алгебраической модели [2]; 3 – по модели Спаларта–Аллмареса [13]; 4 – по модели Менгера [14]; точки – экспериментальные данные [10].

$$V_{so} = V_* \left\{ 1 + 2\Phi_m \frac{dp y_m}{dx \tau_w} + \frac{1}{2} B_* \Phi_m \Phi_m \frac{r_w}{r_m} \left(1 + \frac{y_m}{r_m} + 4\Phi_m \right) - K \frac{y_m r_w}{r_m^2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{y_m}{r_m} \right) \left[1 + B_* \Phi_m + \frac{dp y_m}{dx \tau_w} \left(1 + \frac{K y_m}{2 r_w} \right) \right] \right\}^{1/2}, \quad (23)$$

$$\Phi_m = \frac{1}{\kappa \Phi_m} \sqrt{\frac{1 + B_* \Phi_m}{r_m / r_w}}, \quad r_m = r_w + y_m. \quad (24)$$

Совокупность соотношений (4)–(7), (12) и (23), (24) составляет предлагаемую алгебраическую модель турбулентной вязкости для пристенных пограничных слоев с максимумом касательных напряжений внутри слоя. Подчеркнем, что область применения полученной модели турбулентности ограничивается условиями (15), (16).

Далее рассмотрим некоторые частные случаи, ограничившись записью лишь скоростного масштаба во внешней области V_{so} .

1. Течение на плоской ($r_w \rightarrow \infty$), непроницаемой ($B_* = 0$) поверхности при наличии положительного градиента давления ($dp/dx > 0$)

$$V_{so} = V_* \left(1 + \frac{2}{\kappa \Phi_m} \frac{dp y_m}{dx \tau_w} \right)^{1/2}. \quad (25)$$

Эта модель первоначально предложена в работе [1]. Там же приведены результаты ее достаточно детального тестирования, свидетельствующие об ее высокой эффективности при описании

характеристик турбулентных пограничных слоев с отрывом.

2. Течение на плоской ($r_w \rightarrow \infty$), проницаемой ($B_* > 0$) пластине ($dp/dx > 0$) – модель “чистого” вдува

$$V_{so} = V_* \left[1 + \frac{B_* \sqrt{1 + B_* \Phi_m}}{2\kappa} \left(1 + \frac{4\sqrt{1 + B_* \Phi_m}}{\kappa \Phi_m} \right) \right]^{1/2}. \quad (26)$$

3. Течение на цилиндрической вогнутой поверхности ($K = -1$)

$$V_{so} = V_* \left[1 + \frac{y_m r_w}{r_m^2} \left(1 + \frac{y_m}{2 r_m} \right) \right]^{1/2}. \quad (27)$$

Результаты тестирования модели. Ограниченность опытных данных, в частности, их отсутствие для течений, подверженных одновременному воздействию всех рассмотренных выше факторов (градиент давления, вдув–отсос, поперечная кривизна), весьма затрудняет полномасштабное тестирование предложенной модели. В связи с этим для тестирования предложенной модели были проведены расчеты турбулентных пограничных слоев, по которым в литературе имеются достаточно надежные опытные данные. Были рассмотрены пограничные слои на плоской поверхности при наличии среднего (опыт 4800 [10]) и сильного (опыт 0141 [11]) положительного градиента давления, а также пограничный слой с сильным положительным градиентом давления на продольно обтекаемом цилиндре [3] и на плоской проницаемой (при наличии вдува) поверхности [12]. Кроме того, результаты расчетов по предложенной модели сравнивались с результатами, по-

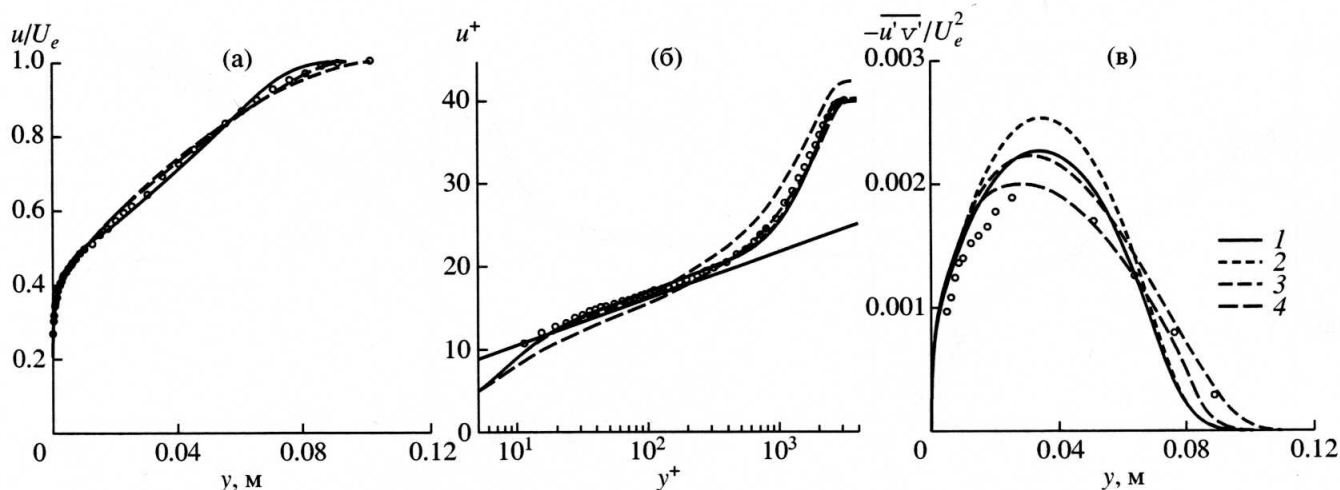


Рис. 2. Расчетные и экспериментальные профили скорости и касательные напряжения для опыта 0141 [11] при $x = 3.4$ м: а – профиль скорости в физических переменных, б – профиль скорости в переменных закона стенки, в – профиль касательного турбулентного напряжения $\overline{u'v'}$. Обозначения моделей те же, что и на рис. 1.

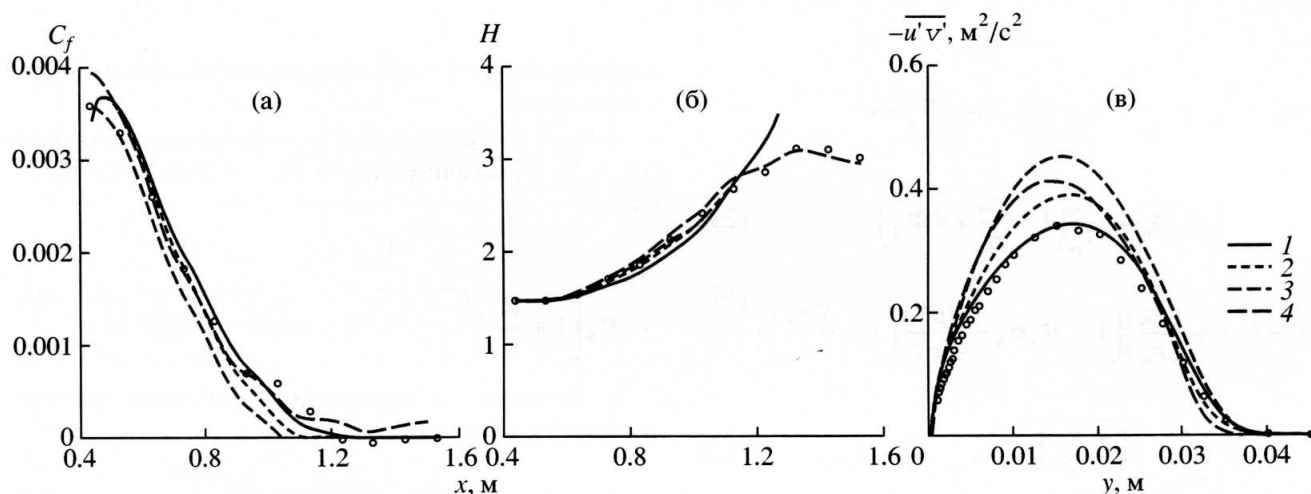


Рис. 3. Продольные распределения основных параметров пограничного слоя и профиль касательного турбулентного напряжения для опыта DF [3]: а – коэффициент трения C_f , б – формпараметр H , в – касательное напряжение при $x = 0.931$ м. Обозначения моделей те же, что и на рис. 1.

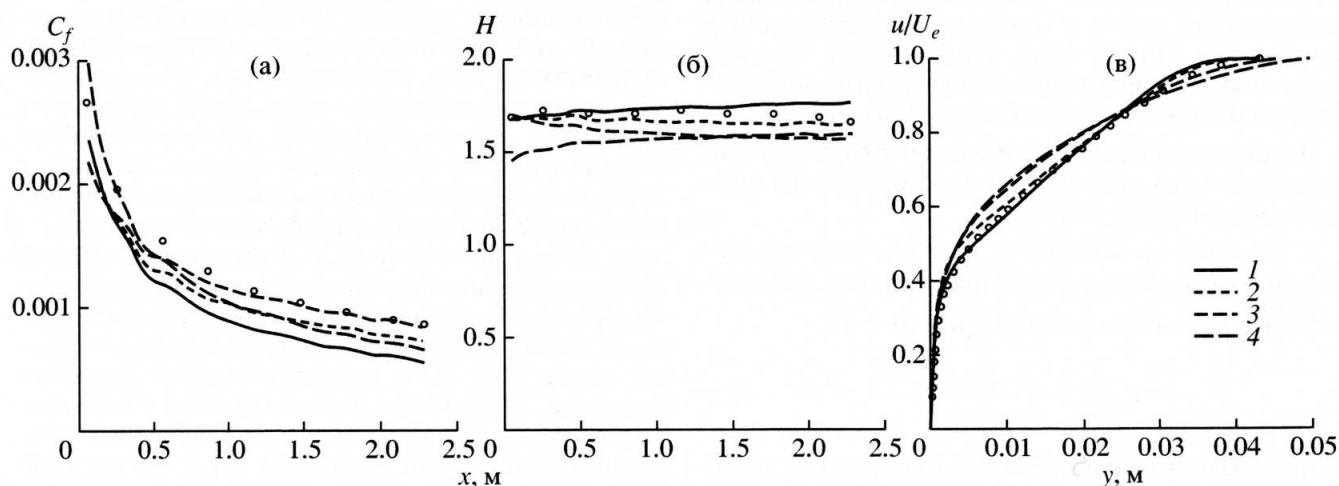


Рис. 4. Продольные распределения основных параметров пограничного слоя и профиль скорости для опыта 0241 [12]: а – коэффициент трения C_f , б – формпараметр H , в – профиль скорости при $x = 1.168$ м. Обозначения моделей те же, что и на рис. 1.

лученными на основе других наиболее представительных моделей: алгебраической модели [2], дифференциальной модели с одним уравнением для турбулентной вязкости Спаларта и Аллмареса [13] и дифференциальной $k-\omega$ -модели Ментера [14]. Отметим, что при проведении расчетов пограничных слоев с градиентом давления использовался так называемый обратный метод [15].

Результаты расчетов представлены на рисунках в форме продольных распределений коэффициента трения $C_f = 2\tau_w/\rho U_e^2$, формпараметра пограничного слоя $H = \delta^*/\theta$ (θ – толщина потери импульса), профилей скорости $u/U_e = f(y)$, $u^+(y^+)$ и касательного напряжения $-\overline{u'v'}/U_e^2 = f(y)$.

Анализ приведенных на рис. 1–4 результатов, а также результаты тестирования, представленные в работах [1, 4], позволяют сделать вывод о том, что для рассматриваемого класса течений (пограничный слой) предлагаемая алгебраическая модель в целом не уступает по результативности современным, значительно более сложным дифференциальным моделям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гарбарук А.В., Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Простая алгебраическая модель турбулентности для расчета турбулентного пограничного слоя с положительным перепадом давления // ТВТ. 1999. Т. 37. № 1. С. 87.
2. Гарбарук А.В., Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Алгебраическая модель турбулентности для течений с максимумом касательного напряжения внутри пограничного слоя // ТВТ. 2001. Т. 39. № 4. С. 589.
3. Dengel P., Fernholz H.H. // An Experimental Investigation of an Incompressible Turbulent Boundary Layer in the Vicinity of Separation // J. Fluid Mech. 1990. V. 212. P. 615.
4. Гарбарук А.В. Современные полуэмпирические модели турбулентности для пристенных течений: тестирование и сравнительный анализ: Дисс. канд. физ.-матем. наук. Санкт-Петербург: СПбГТУ. 1999. 287 с.
5. Лапин Ю.В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М.: Наука, 1982.
6. Huang P.G., Bradshaw P. Law of the Wall for Turbulent flows in Pressure Gradient // AIAA Journal. 1995. V. 33. № 4. P. 624.
7. Townsend A.A. Equilibrium Layers and Wall Turbulence // J. Fluid Mech. 1961. V. 11. P. 97.
8. Лапин Ю.В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М.: Наука, 1970.
9. Федяевский К.К., Гиневский А.С., Колесников А.В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1973.
10. Coles D.E., Hirst E.A. Computation of Turbulent Boundary Layers. AFOSR-IFP Stanford Conf. V. 2. Stanford Univ. Palo Alto. CA. 1968.
11. Samuel A.E., Joubert P.N. A Boundary Layer Developing in an Increasingly Adverse Pressure Gradient // J. Fluid Mech. 1974. V. 66(3). P. 481.
12. Andersen P.S., Kays W.M., Moffat R.J. The Turbulent Boundary on a Porous Plate: an Experimental Study of the Fluid Mechanics for Adverse Free-Stream Pressure Gradients. Thermosciences Division, Department of Mech. Eng. Stanford Univ. Report N HMT-15. 1972.
13. Spalart P.R., Allmaras, S.R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows // AIAA Paper. AIAA-92-0439. 1992.
14. Menter F.R. Zonal Two Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows // AIAA Paper. AIAA-93-2906. 1993.
15. Гарбарук А.В., Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Применение обратного метода решения уравнений пограничного слоя для тестирования моделей турбулентности // ТВТ. 1998. Т. 36. № 4. С. 607.